

Ещё раз по принципу максимума.

Если Δu ^{однородный (!)} дифур эллиптический или параболический, то ф-ция $u(M)$, ему удовлетворяющая, не может иметь экстремум внутри области.

А если гиперболический - может.

Примеры.

1) Ур-е Лапласа $\Delta u = 0$, иначе более общее
Ур-е Гельмгольца $\Delta u + cu = 0$

Это эллиптические ур-я т.к. $\Delta u = u_{xx} + u_{yy} + u_{zz}$, все коэффициенты равны > 0 .

Максимума внутри области без источников (а источников нет, т.к. дифур однородный) быть не может. Вот вы можете себе представить экстремум потенциала (электростатического) внутри вакуума?

Нет? Потому что принцип максимума

2) Ур-е теплопроводности $u_t = a^2 \Delta u$ ($u_t = a^2 \Delta u$),

Это параболический дифур, т.к. коэф перед u_{tt} 0 (ей нет вообще). Хотя бы одного нулевого коэффициента перед двойной производной по какому-либо аргументу хватит, чтобы дифур был параболическим.

Для параболических дифуров также применим принцип максимума: Вот вы можете себе представить, что в чайнике возникнет экстремум температуры посреди воды? И я нет, принцип максимума 😊

3) Ур-е теплопроводности

$$u_{tt} = a^2 u_{xx}, \text{ или } u_{tt} - a^2 u_{xx} = 0$$

$$(f 3D: u_{tt} - a^2 u_{xx} - a^2 u_{yy} - a^2 u_{zz} = 0)$$

Этотур-е гиперболического типа: нулеи нет, но один изковыров не того знака, чем другие.

Для гиперболических дифуров принцип максимума неприменим. И действительна, ур-е колебаний (одномерное) описывает колеблющую струну, у которой может быть экстремумы внутри:

